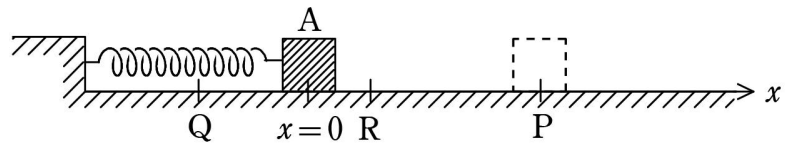


次の文章を読み、(1)から(3)の の中に適切な数式を入れよ。ただし、(4)はグラフで答えよ。

図に示すように、水平な床面上に質量 m [kg] の物体 A を置き、つる巻きばねを



取り付ける。ばねが床面と水平となるように、ばねの他端を壁に固定する。物体 A は図の x 軸上を運動し、その位置を座標 x [m] で表す。ばねが自然長のとき物体 A の位置を原点 $x=0$ にとり、ばね定数を k [N/m] とする。物体 A と床面との間の動摩擦係数を μ とする。ただし、重力加速度の大きさは g [m/s²] とし、ばねの質量は無視できるものとする。

物体 A を P 点 ($x=5l$) まで引っ張り、時刻 $t=0$ で静かに手をはなした。このとき、物体 A は x 軸の負の向きに動きはじめ、Q 点 ($x=-3l$) で運動の向きを反転し、再び x 軸の正の向きに運動した。その後、物体 A は時刻 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ [s] で R 点 ($x=l$) に停止した。なお、以下の問いでは l を用いて答えてもよい。

- (1) 物体 A が P から Q まで移動するとき、ばねにたくわえられた位置エネルギー (弾性エネルギー) の変化は [J] と表される。また、この間に動摩擦力がした仕事は [J] である。両者の仕事は相等しいので、動摩擦係数 μ は と求められる。
- (2) 時刻 $t=0$ で手を離れた物体 A はしだいに速さを増し、最大の速さになったのち、徐々に減速して Q 点で 0 となった。この間、物体 A が受ける力は右向きを正として [N] と表される。したがって、物体 A の運動は $x=$ [m] を中心とする単振動の動きに等しいことがわかる。よって、この中心で物体 A の速さは最大となり、その値は [m/s] となる。また、物体 A が Q 点で反転する時刻は [s] である。
- (3) 次に物体 A が Q から R まで移動するとき、物体 A に作用する力は右向きを正として [N] と表され、この区間の振動の中心は $x=$ [m] である。
- (4) 物体 A の座標 x と時間 t との関係を図に示せ。

解説

摩擦がはたらく面での振動は、摩擦力も含めておもりにはたらく力を求め、 $F = -kX$ の式を導く。このことより、 $\frac{1}{2}$ 周期ごとに振動の中心はずれていくが、おもりは一定周期の単振動をすることがわかる。

(1) (ア) 弾性エネルギー $U = \frac{1}{2}kx^2$ より

$$\Delta U = \frac{1}{2}k(3l)^2 - \frac{1}{2}k(5l)^2 = -8kl^2 \text{ [J]}$$

(イ) 摩擦力 $F = -\mu mg$ 、仕事 $W = Fx$ より

$$W = -\mu mg(3l + 5l) = -8\mu mgl \text{ [J]}$$

(ウ) $8kl^2 = 8\mu mgl$

$$\text{よって } \mu = \frac{kl}{mg}$$

(2) (エ) 座標 x [m] における力 F は、

$$\begin{aligned} F &= \mu mg - kx \\ &= \frac{kl}{mg} \cdot mg - kx = -k(x - l) \text{ [N]} \end{aligned}$$

(オ) $F = -kX = -k(x - l)$ より振動の中心が l の位置になる。

$$x = l \text{ [m]}$$

(カ) $x = l$ の位置の力学的エネルギー E は速さ v として、 $E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$ より

$$E = \frac{1}{2}kl^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

また、P点とのエネルギーの変化を考えると

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}k(5l)^2 - \mu mg(5l - l) \\ &= \frac{25}{2}kl^2 - 4l \cdot \frac{kl}{mg} \cdot mg = \frac{17}{2}kl^2 \quad \dots\dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

① = ② より

$$\frac{1}{2}kl^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{17}{2}kl^2$$

$$\text{よって } v = 4l \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [m/s]}$$

(キ) 単振動の周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

P から Q までの時間は $\frac{T}{2}$ となるので

$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ [s]}$$

$$(3) \quad (\text{ク}) \quad F = -\mu mg - kx$$

$$= -\frac{kl}{mg} \cdot mg - kx = -k(x+l) \text{ [N]}$$

$$(\text{ケ}) \quad x = -l$$

$$(4) \quad t=0 \quad x=5l$$

$$t = \frac{1}{4}T \quad \text{P} \rightarrow \text{Q} \text{ の振動における振動の中心となるので } x=l$$

$$t = \frac{1}{2}T \quad \text{Q 点 } x = -3l$$

$$t = \frac{3}{4}T \quad \text{Q} \rightarrow \text{R} \text{ の振動における振動の中心なので } x = -l$$

$$t = T \quad \text{R 点 } x = l$$

これ以後は静止。よって、図のようになる。

