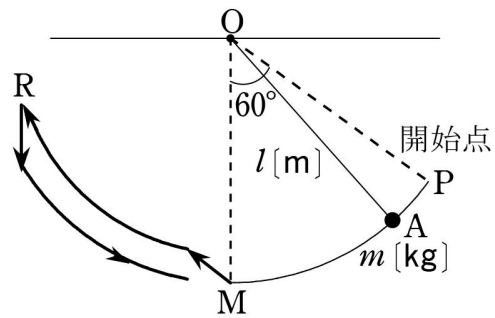


ブランコの原理を考えよう。図のように、質量 m [kg] の物体 **A** が長さ l [m] の糸で固定点 **O** につながれている。物体 **A** には精巧な仕掛けと電池が組み込まれていて、物体 **A** は最下点 **M** を通過した瞬間（このときの糸の張力を T_M [N] とする）から、しばらくの間、 T_M [N] の張力で $\frac{1}{10}l$ [m]



だけ糸を物体 **A** の中へ引き込み、その後、振れの最大点 **R** に到達し、速さが 0 になった瞬間に張力を 0 として $\frac{1}{10}l$ [m] だけ糸を物体 **A** の外へ出すという動作をする。いま、物体 **A** を手に持って、 $\angle POM$ が 60° となる開始点 **P** に物体 **A** を停止させてから手を離れたとすると、物体 **A** は上図のように動いていく（図中の矢印が動きを示している）。ここで物体 **A** の大きさ、空気の影響、糸の質量は無視できるものとし、糸の伸び縮みや、たるんでいた糸が急にピンと張る点での物体 **A** の運動エネルギーの減少は考えないこととする。また、重力加速度の大きさは g [m/s²] とする。

- (1) 最初に最下点 **M** を通過するときの糸の張力 T_1 [N] を、このときの物体 **A** の速さ v_1 [m/s] と m , l , g のうち必要な記号を用いて表せ。
- (2) 最初に最下点 **M** を通過するときの物体 **A** の速さ v_1 [m/s] を m , l , g のうち必要な記号を用いて表せ。
- (3) 2度目に最下点 **M** を通過するときの物体 **A** の速さ v_2 [m/s] を m , l , g のうち必要な記号を用いて表せ。
- (4) 増加した力学的エネルギーはどこから供給されたか。
- (5) 実際のブランコでは人が立ち上がる動作としゃがむ動作を行っている。これらは、それぞれ最下点 **M**, 振れの最大点 **R** のどちらの動作に対応するか。

解説

- (1) 張力と重力の合力が向心力となって円運動をする

から、運動方程式 $m\frac{v^2}{r} = F$ より

$$m\frac{v_1^2}{l} = T_1 - mg$$

$$\text{よって } T_1 = mg + m\frac{v_1^2}{l} \quad [\text{N}]$$

- (2) P点からM点に移動する間、物体の力学的エネルギーは保存されるから

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{一定} \quad \text{より}$$

$$0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgl(1 - \cos 60^\circ) + 0$$

$$\text{よって } v_1 = \sqrt{gl} \quad [\text{m/s}]$$

- (3) P → M → N → R → S → T の運動で、重力以外の力(張力)が仕事をするのは、M → N の区間である。

張力(非保存力)のした仕事だけ、物体Aの力学的エネルギーが変化するため

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = T_1 \times \frac{l}{10} \dots\dots \text{①}$$

$$(2) \text{より } v_1 = \sqrt{gl}$$

上式を(1)に代入して $T_1 = 2mg$

これらを、①式に代入して

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mgl = 2mg \times \frac{l}{10}$$

$$\text{よって } v_2 = \sqrt{\frac{7}{5}gl} \quad [\text{m/s}]$$

- (4) M点を通過後、張力が物体Aを引き上げる仕事をするので、力学的エネルギーは増加する。この増加した力学的エネルギーは電池から供給された。

- (5) 立ち上がると人の重心が上がり、しゃがむと重心が下がるから、物体を上下するのと同じはたらきになる。したがって

立ち上がる → 最下点 M

しゃがむ → 振れの最大点 R

