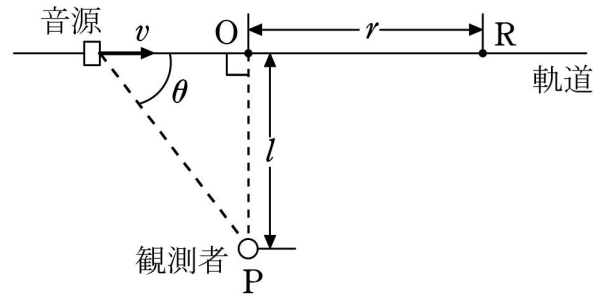


電車が警笛を鳴らしながら目の前を通り過ぎていくとき、その警笛の音の高さは電車が静止しているときに聞く音に比べて、近づくときにはより  ア  聞こえ、遠ざかるときはその逆である。このような現象を音波の  イ  という。

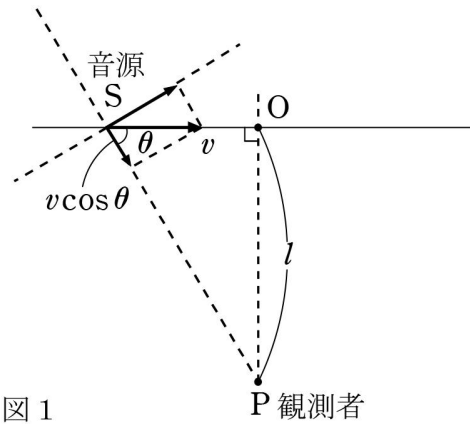


さて、図のように、点  $P$  の位置に静止している観測者の前を、振動数  $f_0$  の音波を発する音源を備えた超高速列車が直線軌道を音の速さ  $V$  より遅い速さ  $v$  で通過していく場合を考える。点  $P$  と軌道までの距離を  $l$  として以下の問いに答えよ。

- (1) 文中の  にあてはまることばを記せ。
- (2) 音源と点  $P$  を結ぶ直線と列車の進行方向とのなす角度が  $\theta$  の地点で音源が発した音波を観測者が観測したところ、その振動数は  $f$  であった。 $f$  を  $f_0$ ,  $V$ ,  $v$  および  $\theta$  を用いて表せ。
- (3) 音源の速さ  $v$  が音の速さ  $V$  の  $2$  分の  $1$  である場合に、音源が  $\theta = 60^\circ$  の地点で発した音波を観測者が観測すると、その振動数は  $f_1$  であった。 $f_1$  を  $f_0$  を用いて表せ。
- (4) (3) と同様に  $v = \frac{1}{2}V$  である場合に、音源が観測者の正面(点  $O$  の位置)で発した音波を観測者が受けた瞬間に、観測者はその受けた音波と同じ振動数  $f_2$  の音波を送り返した。 $f_2$  を  $f_0$  を用いて表せ。
- (5) (4) で観測者が送った音波は、音源が点  $O$  から距離  $r$  だけ離れた点  $R$  の位置に達したときに音源に届いた。距離  $r$  を  $l$  を用いて表せ。
- (6) (4) で観測者が送った音波を、移動する列車上の音波の位置に置かれた測定器により、点  $R$  の位置を通過するとき観測したところ、その振動数は  $f_3$  であった。 $f_3$  を  $f_2$  を用いて表せ。

## 解説

- (1) (ア) 高 (イ) ドップラー効果  
 (2) 問題の図に記されている音源の位置を点  $S$  とする。列車が点  $S$  を通過するときの速度で、 $SP$  と平行な成分の大きさは、図 1 より、 $v \cos \theta$  である。ここでは、音源が速さ  $v \cos \theta$  で、点  $P$  にいる観測者に近づいていると考えればよい。静止した観測者が観測する音波の振動数  $f$  は、ドップラー効果の公式より、



- $$f = \frac{V}{V - v \cos \theta} f_0$$
- (3) (2) で求めた式に  $v = \frac{1}{2}V$  と  $\theta = 60^\circ$  を代入すると、求める振動数  $f_1$  は

$$f_1 = \frac{V}{V - \frac{1}{2}V \times \cos 60^\circ} f_0 = \frac{4}{3} f_0$$

- (4) 列車が点  $O$  を通過するときの速度で、列車が進む速度の  $OP$  と平行な成分は、 $0$  である。したがって、点  $P$  で静止した観測者が観測する音波の振動数  $f_2$  は、列車上の音源の振動数  $f_0$  と変わらない。よって、求める振動数は  $f_0$   
 (5) まず、列車上の音源が点  $O$  から点  $R$  まで進むのに要する時間  $t_1$  は、

$$t_1 = \frac{OR}{v} = \frac{r}{\frac{1}{2}V} = \frac{2r}{V}$$

次に、列車の点  $O$  の通過から、点  $R$  への音の到着までにかかる時間  $t_2$  は、

$$t_2 = \frac{OP + PR}{V} = \frac{l + \sqrt{r^2 + l^2}}{V}$$

列車上の音源が点  $R$  に達すると同時に点  $P$  からの音が届くので、

$$t_1 = t_2$$

$$\frac{2r}{V} = \frac{l + \sqrt{r^2 + l^2}}{V}$$

この両辺に  $V$  をかけて移項すれば、

$$2r - l = \sqrt{r^2 + l^2}$$

両辺を 2 乗して  $r$  について解けば、

$$r = \frac{4}{3}l$$

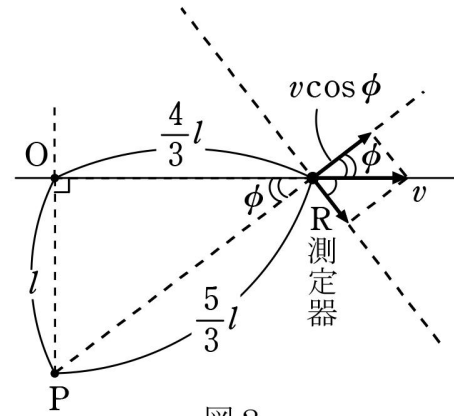
(6) PR の長さは,  $OP=l$ ,  $OR=r=\frac{4}{3}l$  より,

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{OP^2 + OR^2} \\ &= \sqrt{l^2 + \left(\frac{4}{3}l\right)^2} = \frac{5}{3}l \end{aligned}$$

また,  $\angle ORP$  の大きさを  $\phi$  とする。

列車が点 R を通過するときの速度で, 直線 PR と平行な成分の大きさは, 図 2 より,

$$v \cos \phi = \frac{1}{2}V \cdot \frac{OR}{PR} = \frac{1}{2}V \cdot \frac{\frac{4}{3}l}{\frac{5}{3}l} = \frac{2}{5}V$$



点 R を通過する列車については, 点 P に対して速さ  $\frac{2}{5}V$  で遠ざかっていると考

えればよい。

以上から, 列車が点 R を通過するとき, その上に置かれた測定器が観測する音の振動数  $f_3$  は, ドップラー効果の公式から,

$$f_3 = \frac{V - \frac{2}{5}V}{V} f_2 = \frac{3}{5} f_2$$