

図1のように、真空中に置かれた液体に、質量 m [kg]、底面積 S [m²] の壁の厚さが無視できる円筒形の容器を逆さまにして、中に気体を入れた状態でまっすぐに浮かべた。このとき、容器外の液面から容器の底面までの高さを h_1 [m]、容器の内と外との液面の高さの差を d [m]、気体の温度を T_1 [K]、気体の圧力を p_1 [Pa] (= [N/m²]) とする。重力加速度の大きさを g [m/s²]、気体定数を R [J/(K·mol)]、液体の密度を ρ [kg/m³] とする。気体を理想気体とみなし、その重さを無視する。液体の密度、容器の底面積は温度が変化しても変わらず、液体は蒸発しない。以下の問題に答えよ。

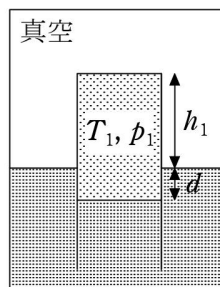


図1

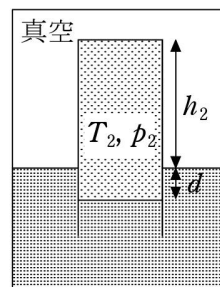


図2

次に、気体の温度を T_1 [K] から T_2 [K] に上昇させたところ、図2のように、容器内の気体は膨張し容器はまっすぐ上に押し上げられたが、容器の内と外との液面の高さの差は変化なく d のままであった。この状態での気体の圧力を p_2 [Pa]、容器外の液面から容器の底面までの高さを h_2 [m] とする。

- (1) 図1の状態、容器内の液面が受ける圧力 p_1 は深さ d の位置での液体の圧力(容器の外液面から深さ d までの液体にはたらく単位面積あたりの重力)とつりあっている。気体の圧力 p_1 を d を用いて表せ。

次に、気体の温度を T_1 [K] から T_2 [K] に上昇させたところ、図2のように、容器内の気体は膨張し容器はまっすぐ上に押し上げられたが、容器の内と外との液面の高さの差は変化なく d のままであった。この状態での気体の圧力を p_2 [Pa]、容器外の液面から容器の底面までの高さを h_2 [m] とする。

- (2) 容器の内と外との液面の高さの差が変わらなかったのは、この差が容器にはたらく重力と浮力(気体がおしのけた液体の重さ)のつりあいで決まっており、温度に依存しないためである。容器にはたらく重力と浮力のつりあいの式を書け。
- (3) 気体の温度が T_1 から T_2 に上昇した過程は何と考えられるか。正しいものを次の中から選べ。(定圧過程、等温過程、定積過程、断熱過程)
- (4) この過程で、容器は上にあがり、位置エネルギーを得た。容器が得た位置エネルギー U [J] を h_1 、 h_2 、 m を用いて表せ。
- (5) この過程で、気体は膨張することによって仕事を行った。気体の行った仕事 W [J] を h_1 、 h_2 と気体の圧力を用いて表せ。
- (6) この過程で、気体が行った仕事 W と、容器が得た位置エネルギー U の関係を次の中から選べ。($U < W$, $U = W$, $U > W$)
- (7) 気体の定圧モル比熱を C_p [J/(K·mol)]、定積モル比熱を C_v [J/(K·mol)] とし、気体のモル数を n [mol] とする。この過程で、気体に加えられた熱量 Q [J] を T_1 、 T_2 を用いて表せ。
- (8) この過程の前後における気体の状態方程式を使い、(5)で求めた W を n 、 T_1 、 T_2 を用いて(圧力 p_1 、 p_2 を使わずに)表せ。
- (9) この過程で、気体に加えられた熱量 Q と、気体が行った仕事 W の関係を次の中から選べ。($Q < W$, $Q > W$)
- (10) Q と W の差はどうなったか、簡潔に記せ。

解説

(1) $p_1 = \rho g d$ [Pa]

(2) 容器の重力=浮力 また 質量=密度×体積 より $mg = \rho S d g$

(3) 圧力は $\rho g d$ のまま一定であるから定圧過程。

(4) 重心の位置が $(h_2 - h_1)$ だけ上昇するから

$$U = mg(h_2 - h_1) \text{ [J]}$$

(5) 膨張した体積を ΔV とすると、仕事は $p_1 \Delta V$ となるから

$$W = p_1 S(h_2 - h_1) = \rho S d g(h_2 - h_1) \text{ [J]}$$

(6) (2) より $mg = \rho S d g$ であるから $U = W$

(7) 定圧過程であるから $Q = n C_p (T_2 - T_1)$ [J]

(8) 状態方程式から

$$\text{加熱前 } p_1 S(h_1 + d) = n R T_1$$

$$\text{加熱後 } p_1 S(h_2 + d) = n R T_2$$

$$\text{この2式から } p_1 S(h_2 - h_1) = n R (T_2 - T_1)$$

(5) の式に代入して $W = n R (T_2 - T_1)$ [J]

(9) 気体の内部エネルギー $E = n C_v T$ の変化 ΔE は熱力学第一法則より $\Delta E = Q - W$

ここで、 $T_2 > T_1$ から

$$\Delta E = n C_v (T_2 - T_1) > 0 \text{ であるから}$$

$$Q - W > 0 \text{ よって } Q > W$$

(10) $Q - W$ は内部エネルギーの増加になった。