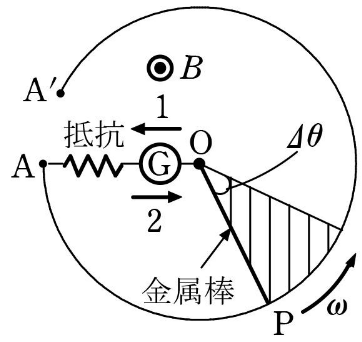
図のように，磁束密度 B の一様な鉛直上向き(紙面の裏から表向き)の磁界(磁場)中に，長さ l の細い金属棒 OP と半径 l の円形導線が水平面内におかれている。金属棒は点 P で円形導線に抵抗 0 で接し，円形導線の中心 O を支点として，図中の矢印の向きに一定の角速度 ω で点 A から点 A′ まで回転する。点 A と点 O の間には，静止した導線を介して検流計 G および抵抗がつながれており，閉回路 OAPO ができている。円形導線の一部 A′A 間は切れている。金属棒および導線の抵抗，検流計の内部抵抗は無視できる。また，金属棒中の電子にはたらく遠心力，回路に流れる電流のつくる磁界の影響は無視できるものとする。



金属棒が微小な時間 Δt のあいだに，図に示すように，微小な角度 $\Delta\theta\,(=\omega\Delta t)$ だけ回転したとする。閉回路 OAPO を貫く磁束の時間変化を考えよう。

(1)　このとき，閉回路 OAPO の囲む面積の変化分 ΔS と，閉回路 OAPO を貫く磁束の変化分 $\Delta\Phi$ を求めよ。

(2)　閉回路 OAPO に生じる起電力の大きさ V を ω，B，l を用いて表せ。

(3)　検流計に流れる電流の向きは，図中の矢印 1 または 2 のいずれか。その番号を記し，理由を 50 字以内で述べよ。

閉回路 OAPO の起電力は，磁界中を運動する金属棒に生じている。このことを以下の考察から確かめてみよう。

(4)　点 O から距離 r の位置にある金属棒中の自由電子(電荷 $-e$)を考える。この電子は金属棒とともに回転するので，電子にはローレンツ力がはたらく。ローレンツ力の大きさ F と向きを求めよ。

(5)　(4) で求めたように，磁界中を運動する金属棒中の自由電子には，金属棒の一方の端から他方の端に移動させるような力がはたらく。自由電子がこの力を受けるのは磁界中を運動する金属棒の中に電界(電場)が生じているためであると考えることができる。点 O から距離 r の位置における電界の大きさを $E(r)$ とし，$0 \leqq r \leqq l$ の範囲で $E(r)$ のグラフをかけ。

(6)　金属棒を微小な部分に分けて考えると，$r=r_1$ から $r=r_1+\Delta r$ の微小な長さ Δr には，起電力 $\Delta V=E(r_1)\Delta r$ が生じている。このことから，OP 間の起電力 V_{OP} を求めよ。

解説

回転する導体棒は磁場を横切るので誘導起電力 V が生じる。V の求め方は

$V=-\dfrac{\varDelta\Phi}{\varDelta t}=-\dfrac{B\cdot\varDelta S}{\varDelta t}$ とする方法と，棒の平均の速さ $\overline{v}$ を求めて $V=Bl\overline{v}$ とする方法の 2 つがある。

(1)　金属棒が時間 $\varDelta t$ の間に角度 $\varDelta\theta$ $(=\omega\varDelta t)$ だけ回転したとき，棒の横切る面積 $\varDelta S$ は

$$\varDelta S=\frac{1}{2}l^2\varDelta\theta=\boldsymbol{\frac{1}{2}l^2\omega\varDelta t}$$

磁束密度は B で一定であるので，この回転による回路 OAPO を貫く磁束の変化 $\varDelta\Phi$ は

$$\varDelta\Phi=B\varDelta S=\boldsymbol{\frac{1}{2}Bl^2\omega\varDelta t}$$

(2)　ファラデーの電磁誘導の法則より

$$V=\left|-\frac{\varDelta\Phi}{\varDelta t}\right|=\boldsymbol{\frac{1}{2}Bl^2\omega}$$

(3)「レンツの法則により，回路 OAPO を貫く上向きの磁束の増加を妨げる向きに誘導起電力が生じるから」(46 字)，誘導電流は**矢印 2** の方向に流れる。

(4)　点 O から距離 r の位置にある電子の速さ v は

$$v=r\omega$$

であるので，ローレンツ力の大きさ f は

$$f=evB=\boldsymbol{e\omega rB}$$

フレミングの左手の法則より，ローレンツ力 f の向きは**中心 O 方向**である。

(5)　(4) で求めたローレンツ力が，電界 $E(r)$ から電子が受ける力であるとすると

$$eE(r)=f=e\omega rB$$

ゆえに　$E(r)=B\omega r$

$0\leqq r\leqq l$ の範囲で $E(r)$ のグラフを描くと，図 a のようになる。

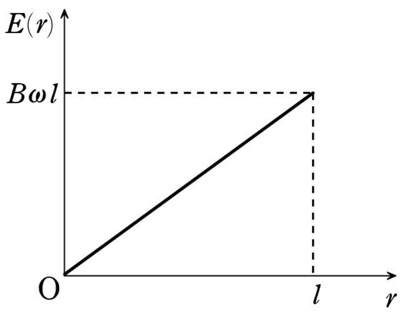


図 a

(6)　$\varDelta V=E(r_1)\varDelta r$ の $0\leqq r_1\leqq l$ にわたる総和 V_{OP} は，図 a のグラフと横軸とで囲まれた三角形の面積に等しい。よって

$$V_{OP}=\boldsymbol{\frac{1}{2}B\omega l^2}$$