

図1のように、鉛直上向きの一様な磁界(磁場) (磁束密度 B [T], [Wb/m²]) の中に、距離 l [m] 離れた十分に長い2本の平行なレールがある。この2本のレールがつくる平面は、水平面より角度 θ [rad] ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) だけ傾いている。このレールの上端に内部抵抗の無視できる電池が導線によりつながれている。このレールの上に質量 M [kg] の電気伝導性の棒 PQ を置く。棒 PQ はレールと垂直を保ちながらレールに沿ってなめらかにすべることができるようになっている。棒 PQ の室温での電気抵抗値は R_0 [Ω] で、レールおよび導線の電気抵抗値は棒 PQ の電気抵抗値に比べて無視でき、レールと棒との間は電氣的に抵抗なく接触しているものとする。また、棒 PQ が運動するとき、空気による抵抗は無視できるものとし、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。なお、自己誘導は無視できるものとする。

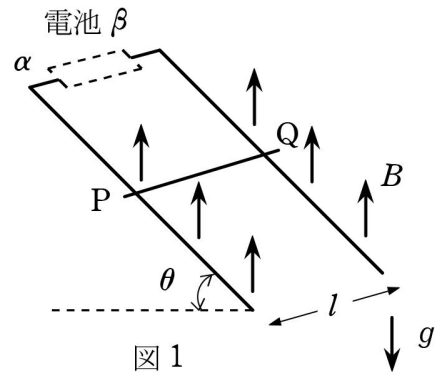


図1

[A] 室温下で棒 PQ をレール上に静かに置いたところ、棒はレール上にそのまま静止した。次の問いに答えよ。

- (1) このときの電池の接続のようすを、電池の回路記号を使って図2に記せ。
- (2) 電池の起電力の大きさを求めよ。
- (3) 棒 PQ の消費電力 W_1 [W] を求めよ。



図2

[B] しばらくすると棒 PQ はレールに沿って降下を始め、そのうちにレールに沿った降下速度が一定値となった。この現象を、

「棒 PQ の温度上昇で電気抵抗値が変化したために降下が始まった。ある程度降下したところで棒 PQ の温度が一定となり、電気抵抗値が一定となった。このことと電磁誘導のために棒 PQ の速度が一定になった。」

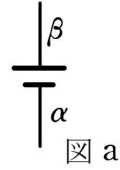
というモデルで説明したい。降下速度が一定になったときのレールに沿っての降下速度を v_f [m/s] とする。これを使って以下の問いに答えよ。

- (4) 降下速度が一定になったときの棒 PQ の電気抵抗値は R_0 に比べて大きい小さいかを理由をつけて答えよ。
- (5) 棒 PQ に発生している誘導起電力の向きと大きさを求めよ。
- (6) 降下速度が一定になったときの棒 PQ の電気抵抗値を求めよ。
- (7) 棒 PQ の速度が一定になってから十分時間がたったとき、棒 PQ から1秒間に発生する熱エネルギーを求めよ。さらにこれを W_1 を使って表せ。

解説

電流と磁場と力の向きはそれぞれ垂直方向となる。

- [A] (1) 図 a 棒 PQ には図の左方向に力がはたらかなければならないから、電流を Q から P に向けて流す。ゆえに β 側が電池の正極である。



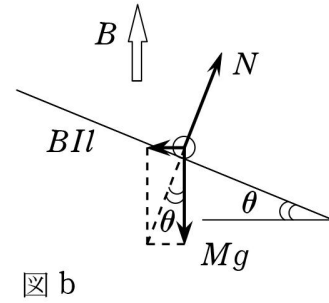
- (2) 棒にはたらく力は、重力 Mg 、抗力 N と、磁場からの力 BIl である。この 3 力がつりあえばよいから、電池の起電力を E として

$$BIl = Mg \tan \theta, \quad I = \frac{E}{R_0}$$

$$\text{ゆえに } E = \frac{MgR_0 \tan \theta}{Bl} \quad [\text{V}]$$

- (3) 消費電力は RI^2 で表されるから

$$W_1 = R_0 \left(\frac{E}{R_0} \right)^2 = \frac{E^2}{R_0} = \frac{M^2 g^2 R_0 \tan^2 \theta}{B^2 l^2} \quad [\text{W}]$$

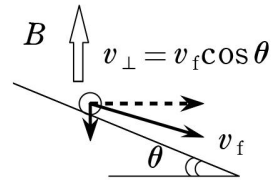


- [B] (4) 棒の落下速度が一定になったときは、棒に流れる電流値は [A] と同じであるが、棒 PQ に発生している誘導起電力は電流を増加させる (電池と同じ) 向きだから、抵抗値は R_0 より大きい。

- (5) 棒の運動を妨げる向きに棒 PQ が電池になるから、誘導起電力 V は $V = v_{\perp} Bl$ より大きさは

$$\begin{aligned} V &= v_{\perp} Bl \\ &= v_f Bl \cos \theta \quad [\text{V}] \end{aligned}$$

向きは P 側が正極，Q 側が負極である。



- (6) 棒の抵抗値を R として、閉回路でキルヒホッフの法則を用いると

$$E + V - RI = 0$$

電流値は [A] と同じはずだから (2) で求めた値を代入し整理すると

$$E + V - R \frac{E}{R_0} = 0$$

$$\text{ゆえに } R = R_0 + \frac{V}{E} R_0$$

$$= R_0 + \frac{v_f B^2 l^2 \cos \theta}{Mg \tan \theta} \quad [\Omega]$$

- (7) 消費電力 W_2 は

$$W_2 = RI^2 = \left(R_0 + \frac{v_f B^2 l^2 \cos \theta}{Mg \tan \theta} \right) \left(\frac{E}{R_0} \right)^2$$

$$= \frac{E^2}{R_0} + \frac{v_f B^2 l^2 \cos \theta}{Mg \tan \theta} \left(\frac{Mg \tan \theta}{Bl} \right)^2$$

$$= W_1 + v_f Mg \sin \theta \quad [\text{W}]$$

$$= \frac{M^2 g^2 R_0 \tan^2 \theta}{B^2 l^2} + v_f Mg \sin \theta \quad [\text{W}]$$

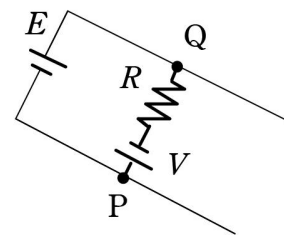


図 c